① کمپلیکس نمبر

◆ **کمپلیکس نمبر:** $(x + yi)$ کی شکل میں نمبر کو کمپلیکس نمبر کہتے ہیں۔ یہاں (x) اور (y) حقیقی اعداد ہیں۔ (i) کو ایوٹا کہتے ہیں جو کہ $(\sqrt{-1})$ کے برابر ہے۔ (x) حقیقی حصہ ہے جبکہ (y) خیالاتی حصہ ہے۔

$3 - 6i$ $\qquad$ $2 + 5i$

◆ **کمپلیکس نمبر کی مستطیلی شکل:** اس میں کمپلیکس نمبر کو (z) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ حقیقی حصے کو $Re(z)$ اور خیالاتی حصے کو $Im(y)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$z = x + yi = Re(x) + Im(y)i$$

◆ **کمپلیکس نمبروں کی برابری:** دو کمپلیکس نمبر ایک دوسرے کے ساتھ برابر ہوں گے اگر اُن کے حقیقی حصے $(x_1 = x_2)$ اور خیالاتی حصے $(y_1 = y_2)$ بھی ایک دوسرے کے برابر ہوں۔

$$x_1 + y_1 i = x_2 + y_2 i$$

● ایوٹا کا مربع (i^2) برابر ہے: (-1)

● کمپلیکس نمبر کا تصور کس ریاضی دان نے دیا تھا: (گیرولا موکارڈانو)

● کمپلیکس نمبر خالص خیالاتی عدد ہوگا اگر: $(x = 0)$

● کمپلیکس نمبر خالص حقیقی عدد ہوگا اگر: $(y = 0)$

◆ $(i^2 + i^4)$ برابر ہوگا: (0)

◆ $(x + yi)$ خالص خیالاتی نمبر ہوگا اگر: $(x = 0)$

⊙ **کیا صفر ایک کمپلیکس نمبر ہے:** جی ہاں، صفر ایک کمپلیکس نمبر ہے۔ ہر حقیقی عدد ایک کمپلیکس نمبر بھی ہوتا ہے۔ جسے $(x + 0i)$ کی شکل میں لکھ سکتے ہیں۔ یہاں صفر کو کمپلیکس نمبر کے طور پر ایسے $(0 + 0i)$ لکھ سکتے ہیں۔

◆ **کمپلیکس نمبروں کی سکیلر ضرب:** کسی عدد (k) سے کمپلیکس نمبر کو ضرب دیں تو حقیقی اور خیالاتی حصہ عدد (k) گنا بڑھ جاتا ہے۔

$$kz = (kx) + (ky)i$$

◆ **کمپلیکس نمبروں کی جمع:** دو کمپلیکس نمبروں کو جمع کیا جائے تو حقیقی حصے کو حقیقی حصے کے ساتھ اور خیالاتی حصے کو خیالاتی حصے کے ساتھ جمع کیا جاتا ہے۔

$$z_1 + z_2 = (x_1 + y_1 i) + (x_2 + y_2 i)$$

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i$$

◆ **کمپلیکس نمبروں کی نفی:** دو کمپلیکس نمبروں کو نفی کیا جائے تو حقیقی حصے کو حقیقی حصے میں سے اور خیالاتی حصے کو خیالاتی حصے میں سے نفی کیا جاتا ہے۔

$$z_1 - z_2 = (x_1 + y_1 i) - (x_2 + y_2 i)$$

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + (y_1 - y_2)i$$

◆ **کمپلیکس نمبروں کی ضرب:** دو کمپلیکس نمبروں کی ضرب ایسے ہی ہو گی جیسے الجبرا میں دو جملوں کو آپس میں ضرب دی جاتی ہے۔ (a+b)(c+d)

$$z_1 \times z_2 = (x_1 + y_1 i) \times (x_2 + y_2 i)$$

$$z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + (x_1 y_2 + x_2 y_1)i$$

◆ **کمپلیکس نمبروں کی تقسیم:** دو کمپلیکس نمبروں کی تقسیم کانجوگیٹ لے کر حل کی جاتی ہے۔ پھر شمار کنندہ کو شمار کنندہ سے اور مخرج کو مخرج سے ضرب دی جاتی ہے۔

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} \times \frac{x_2 - iy_2}{x_2 - iy_2}$$

◆ **خاصیت بندش:** دو کمپلیکس نمبروں کو جمع یا ضرب کرنے پر رزلٹ بھی ایک کمپلیکس نمبر ہوتا ہے۔ یہ کلوزر پروپرٹی ہے۔

$z_1 + z_2 = z$ $\qquad$ $z_1 z_2 = z$

◆ **خاصیت مبادلہ:** دو کمپلیکس نمبروں کی جمع یا ضرب کا ترتیب پر کوئی انحصار نہیں ہے۔ رزلٹ ہر صورت میں ایک جیسا رہتا ہے۔ یہ کمیوٹیٹیو پروپرٹی ہے۔

$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$ $\qquad$ $z_1 z_2 = z_2 z_1$

◆ **خاصیت تلازم:** تین کمپلیکس نمبروں کی جمع یا ضرب کا ترتیب پر کوئی انحصار نہیں ہے۔ رزلٹ ہر صورت میں ایک جیسا رہتا ہے۔ یہ ایسوسی ایٹو پروپرٹی ہے۔

$$(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$$

$$(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)$$

◆ **جمعی ذاتی عنصر:** جمعی ذاتی کمپلیکس نمبر $(0 = 0 + 0i)$ کو کسی بھی کمپلیکس نمبر میں جمع کیا جا سکتا ہے۔ اس سے کمپلیکس نمبر پر کوئی فرق نہیں پڑتا۔

$$z + 0 = 0 + z = z$$

◆ **ضربی ذاتی عنصر:** ضربی ذاتی کمپلیکس نمبر $(1 = 1 + 0i)$ کو کسی بھی اور کمپلیکس نمبر سے ضرب کیا جا سکتا ہے۔ اس سے کمپلیکس نمبر پر کوئی فرق نہیں پڑتا۔

$$z \times 1 = 1 \times z = z$$

◆ **جمعی معکوس:** ہر کمپلیکس نمبر کو اُسی کے نفی $(-z)$ کے ساتھ جمع کرنے پر رزلٹ صفر ہوتا ہے۔

$$z + (-z) = (-z) + z = 0$$

◆ **ضربی معکوس:** ہر کمپلیکس نمبر کو اُسی کے اُلٹ (z^{-1}) کے ساتھ ضرب کرنے پر رزلٹ ایک ہوتا ہے۔

$$z(z^{-1}) = (z^{-1})z = 1$$

◆ **تقسیمی خاصیت بلحاظ جمع:** کمپلیکس نمبر بریکٹ کے اندر ضرب ہو سکتا ہے۔

$$z_1(z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3$$

● کمپلیکس نمبروں کا الجبرا بنایا تھا: (رافیل بومبلی)

◆ $(5 - 2i)$ کا جمعی معکوس ہے: $(-5 + 2i)$

◆ $(1 + i)$ کا ضربی معکوس ہے: $(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i)$

◆ **آرگینڈ مستوی:** اگر کسی پلین میں (x) ایکسز پر کمپلیکس نمبر کا حقیقی حصہ اور (y) ایکسز پر خیالاتی حصہ لیا جائے تو ایسی پلین کو آرگینڈ پلین یا کمپلیکس پلین کہتے ہیں۔ اِس پلین میں کمپلیکس نمبروں کے مترتب جوڑے بنتے ہیں۔

$z = x + yi$ $\qquad$ $z = (x , y)$

◆ **کمپلیکس نمبر کا کانجوگیٹ:** کسی بھی کمپلیکس نمبر میں ایوٹا کی علامت تبدیل کرنے پر حاصل ہونے والے نئے کمپلیکس نمبر کو پہلے کا کانجوگیٹ کہتے ہیں۔ اسے $(\bar{z})$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$z = x + yi$ $\qquad$ $\bar{z} = x - yi$

$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$	$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$
$\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1\ \bar{z}_2$	$\bar{\bar{z}} = z$

◆ **کمپلیکس نمبر کا ماڈیولس:** آرگینڈ مستوی میں مرکز سے کمپلیکس نمبر کے آرڈر پوائنٹ تک فاصلے کو کمپلیکس نمبر کا ماڈیولس کہتے ہیں۔ اسے $(|z|)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$z = x + yi$ $\qquad$ $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\|z\| = \|\bar{z}\|$	$z\bar{z} = \|z\|^2$
$\|z\| = \|-z\| = \|\bar{z}\| = \|-\bar{z}\|$	

◆ کمپلیکس نمبر کا حقیقی اور خیالاتی حصہ معلوم کرنے کا فارمولا:

$\text{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ $\qquad$ $\text{Im}(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

● آرگینڈ مستوی کس ریاضی دان نے بنائی تھی: (جین آرگینڈ)

● ایوٹا کا ماڈیولس $(|i|)$ برابر ہوتا ہے: (1)

◆ اگر $(z = 4 - 3i)$ ہو تو $(z\bar{z})$ ہوگا: (25)

◆ $(9 - 4i)$ کا کانجوگیٹ ہے: $(9 + 4i)$

◆ اگر $(z = 4 + 4i)$ ہو تو $(z + \bar{z})$ ہوگا: (8)

◆ اگر $(z = 5 + 4i)$ ہو تو $(|z|)$ ہوگا: $(\sqrt{41})$

◆ $(2 - 3i)(2 + 3i)$ کا حقیقی حصہ ہے: (4)

◆ $(2 - i)(2 + i)$ کا خیالاتی حصہ ہے: (0)

⊙ **کمپلیکس نمبر اور کانجوگیٹ کی حاصل ضرب کیا ہوگی:** جب کمپلیکس نمبر کو اُس کے کانجوگیٹ سے ضرب دی جاتی ہے تو نتیجہ ہمیشہ ایک غیر منفی حقیقی نمبر ہوتا ہے

$(x + yi)(x - yi) = (x^2 + y^2)$

② دودرجی مساواتیں

◆ **الجبری جملہ:** مستقلات اور متغیرات کا ایسا مجموعہ جو حسابی عوامل $(\pm)$ کی علامات کے ذریعے جوڑا ہوا ہو، الجبری جملہ کہلاتا ہے۔

$3x + 2$ $\qquad$ $4y^2 - 2$

◆ **کثیر رقمی:** ایک متغیر میں کثیر رقمی ایک ایسی عبارت ہے جو مندرجہ ذیل شکل میں ہو۔ اس میں (a_n) مستقلات جبکہ (x^n) متغیرات ہیں۔ (n) کو کثیر رقمی کی ڈگری یا درجہ کہتے ہیں۔

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots\ldots\ldots + a_1 x^1 + a_0 x^0$

◆ **مساوات:** دو اعداد یا دو رقموں کے درمیان برابری کے تعلق کے ساتھ ظاہر کی گئی عبارت کو مساوات کہتے ہیں۔ اس میں برابری کی علامت (=) استعمال ہوتی ہے

$5x = 2y$ $\qquad$ $6 = 6$

◆ **دودرجی مساوات:** ایک ہی متغیر میں دوسری ڈگری والی کثیر رقمی مساوات کو دودرجی مساوات کہتے ہیں۔ اس مساوات میں (a, b, c) حقیقی اعداد ہیں۔ جبکہ (a) اور (b) صفر نہیں ہو سکتے۔ اس کا درجہ (2) ہوتا ہے۔

$ax^2 + bx + c = 0$

◆ **خالص دودرجی مساوات:** ایسی دودرجی مساوات جس میں (b) صفر ہو، خالص دودرجی مساوات کہلاتی ہے۔ اس مساوات میں (a, c) حقیقی اعداد ہیں۔ جبکہ (a) صفر نہیں ہو سکتا۔ اس کا درجہ (2) ہوتا ہے۔

$ax^2 + c = 0$

◆ **یک درجی مساوات:** ایک ہی متغیر میں یک ڈگری والی کثیر رقمی مساوات کو، یک درجی مساوات کہلاتی ہے۔ اس مساوات میں (b, c) حقیقی اعداد ہیں۔ جبکہ (b) اور (c) صفر نہیں ہو سکتے۔ اس کا درجہ (1) ہوتا ہے۔

$bx + c = 0$

◆ **کسری مساوات:** ایسی مساوات جس میں متغیر، مخرج میں بھی ہو، کسری مساوات کہلاتی ہے۔ یہ دودرجی، خالص دودرجی، یا یک درجی مساوات ہو سکتی ہے۔

$x^2 + \frac{2}{x} + 3 = 0$

◆ **روٹس:** دودرجی مساوات کے متغیر کی ایسی قیمتیں جو مساوات کو مکمل طور پر حل کریں، مساوات کے روٹس کہلاتے ہیں۔ روٹس کم از کم دو ہوتے ہیں۔

$x = l$ $\qquad$ $x = m$ $\qquad$ $S.S = \{l, m\}$

◆ **صفر حاصل ضرب خاصیت:** اگر دو روٹس کی حاصل ضرب صفر ہو تو یہ دونوں روٹس صفر کے برابر ہوں گے یا کم از کم ایک روٹ صفر کے برابر ہوگا۔

$(x + l)(x + m) = 0$

◆ **دودرجی کلیہ:** دودرجی مساوات کے دونوں روٹس کو ایک فارمولا کے ذریعے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اس فارمولا کو کیوڈریک فارمولا کہتے ہیں۔

$ax^2 + bx + c = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

◆ **ٹرانسپوزیشن:** کسی رقم کو مساوات کی ایک سائیڈ سے دوسری سائیڈ پر لے جانے سے اس کی علامت تبدیل ہو جاتی ہے۔ اسے ٹرانسپوزیشن کہتے ہیں۔

$x + 2y = 0 \qquad x = -2y$

● دودرجی مساوات میں (a) صفر ہو تو وہ بن جاتی ہے: (یک درجی مساوات)

● دودرجی مساوات میں (b) صفر ہو تو وہ بن جاتی ہے: (خالص دودرجی مساوات)

● دودرجی مساوات کا گراف کیسا ہوتا ہے: (پیرابولا)

● اگر (x^2) کا عددی سر مثبت ہو تو دودرجی مساوات کا گراف کیسا ہوگا: ($\cup$)

● اگر (x^2) کا عددی سر منفی ہو تو دودرجی مساوات کا گراف کیسا ہوگا: ($\cap$)

◆ مساوات ($2x^2 - x + 1 = 0$) کی قسم ہے: (دودرجی مساوات)

◆ مساوات ($3x^2 - 9 = 0$) کا حل ہے: ($\pm\sqrt{3}$)

◆ مساوات ($(x - 3)(x + 3)$) کے روٹس ہیں: ($3, -3$)

⊙ دودرجی مساوات کو حل کرنے کے طریقے لکھیں: بذریعہ تجزی، تکمیل مربع کا طریقہ، دودرجی کلیہ استعمال کرنے کا طریقہ، گراف کا طریقہ استعمال کرنا۔

⊙ کیا یہ ($\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$) درست ہے: اگر (x) اور (y) دو حقیقی اعداد ہوں تو یہ عبارت تب درست ہو گی جب درمیان میں بڑا ہے یا برابر ہے کی علامت ہو۔

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$$

⊙ دودرجی مساوات گرافیکل طریقہ سے کیسے حل ہوتی ہے: دودرجی مساوات کو گراف کے طریقہ سے حل کیا جائے تو حل سیٹ میں وہ دو پوائنٹس آئیں گے یہاں گراف کا پیرابولا (x) ایکسز کو کٹ کرے گا۔ سب سے پہلے دودرجی مساوات کو دو درجی تفاعل کی شکل میں لکھ کر تفاعل کی راسی شکل بنائی جاتی ہے۔ اس طرح راس (h, k) حاصل ہوتے ہیں۔

دودرجی تفاعل	$y = ax^2 + bx + c$
راسی شکل	$a(x - h)^2 + k$

◆ **نقطہ تقاطع:** وہ پوائنٹ یہاں دو خط آپس میں ایک دوسرے کو کٹ کرتے ہیں، نقطہ تقاطع کہلاتا ہے۔ اسے انٹرسیکشن پوائنٹ بھی کہتے ہیں۔

*ایک خط یہاں (x) ایکسز اور (y) ایکسز کو کٹ کرے گا وہ دو نقاط، یک درجی تفاعل اور ایکسز کے درمیان نقاط تقاطع ہوں گے۔

*دو خط یہاں ایک دوسرے کو آپس میں کٹ کریں گے وہ ایک نقطہ، دودرجی تفاعل کے درمیان نقطہ تقاطع ہوگا۔

*ایک خط اور دودرجی تفاعل کا پیرابولا یہاں ایک دوسرے کو کٹ کریں گے وہ دو نقاط، یک درجی تفاعل اور دودرجی تفاعل کے درمیان نقطہ تقاطع ہوگا۔

● ایک سیدھی لائن کھینچنے کے لیے کم از کم کتنے پوائنٹس ہونے چاہیے: (2)

◆ دودرجی مساوات کے روٹس الفا (α) اور بیٹا (β) کی شکل میں:

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

◆ دودرجی مساوات کے روٹس کا مجموعہ: (sum)

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

◆ دودرجی مساوات کے روٹس کی حاصل ضرب: (product)

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

◆ روٹس (α, β) کی مدد سے دودرجی مساوات بنانے کا فارمولا:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

● اگر (x^2) کا عددی سر ایک ہو تو روٹس کا مجموعہ ہوگا: ($S = -b$)

● اگر (x^2) کا عددی سر ایک ہو تو روٹس کا حاصل ضرب ہوگا: ($P = c$)

● اگر مستقل مقدار (c) صفر ہو تو روٹس کا مجموعہ ہوگا: ($S = -b/a$)

● اگر مستقل مقدار (c) صفر ہو تو روٹس کا مجموعہ ہوگا: ($P = 0$)

◆ مساوات ($3x^2 + 5x - 12 = 0$) کے روٹس کا مجموعہ ہے: ($\frac{-5}{3}$)

◆ ($3x^2 + 5x - 12 = 0$) کے روٹس کی حاصل ضرب ہے: (-4)

◆ روٹس (3) اور (2) کی مساوات ہے: ($x^2 - 5x + 6 = 0$)

◆ **فرق کنندہ:** دودرجی مساوات کے دودرجی کلیہ میں جذر کی علامت کے نیچے آنے والی عبارت کو دودرجی مساوات کا فرق کنندہ کہتے ہیں۔ یہ دودرجی مساوات کے ہر روٹس کی نوعیت یا خصوصیت کو بتاتا ہے۔

$$\text{Disc} = b^2 - 4ac$$

*اگر فرق کنندہ کا جواب مکمل مربع ہو اور صفر سے بڑا ہو تو دودرجی مساوات کے دونوں روٹس، حقیقی اعداد (ناطق) اور آپس میں برابر نہیں ہوں گے۔

*اگر فرق کنندہ کا جواب مکمل مربع نہ ہو اور صفر سے بڑا ہو تو دودرجی مساوات کے دونوں روٹس، حقیقی اعداد (غیر ناطق) اور آپس میں برابر نہیں ہوں گے۔

*اگر فرق کنندہ کا جواب صفر کے برابر ہو تو دودرجی مساوات کے دونوں روٹس، حقیقی اعداد اور آپس میں برابر ہوں گے۔

*اگر فرق کنندہ کا جواب صفر سے چھوٹا ہو تو دودرجی مساوات کے دونوں روٹس، خیالاتی یا ایک دوسرے کا کمپلیکس کانجوگیٹ ہوں گے۔

◆ مساوات ($x^2 + 5x - 5 = 0$) کا فرق کنندہ ہے: (45)

● اگر ($b^2 - 4ac > 0$) مکمل مربع ہو تو روٹس ہوں گے: (غیر مساوی)

● اگر ($b^2 - 4ac = 0$) مکمل مربع ہو تو روٹس ہوں گے: (مساوی)

◆ **غیر مساوات:** دو اعداد یا دو رقموں کے درمیان غیر برابری کے تعلق کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہونے والی عبارت کو غیر مساوات کہتے ہیں۔ اس میں غیر برابری کی علامات ($>, <, \geq, \leq$) استعمال کی جاتی ہیں۔

$5x \geq 2y$ $\qquad$ $6 > 3$

◆ **دو درجی غیر مساوات**: ایک ہی متغیر میں دوسری ڈگری والی کثیر رقمی غیر مساوات کو دو درجی غیر مساوات کہتے ہیں۔ اس غیر مساوات میں (a, b, c) حقیقی اعداد ہیں۔ جبکہ (a) اور (b) صفر نہیں ہو سکتے۔ اس کا درجہ (2) ہوتا ہے۔ اس میں $(>, <, \geq, \leq)$ جیسی علامات استعمال کی جاتی ہیں۔

$ax^2 + bx + c > 0$ $\qquad$ $ax^2 + bx + c < 0$

$ax^2 + bx + c \geq 0$ $\qquad$ $ax^2 + bx + c \leq 0$

● $(>, <)$ والی غیر مساوات کا کھلا وقفہ کیسے لکھا جاتا ہے: (a, b)

● $(\geq, \leq)$ والی غیر مساوات کا بند وقفہ کیسے لکھا جاتا ہے: $[a, b]$

◆ **کلیہ**: ایک ایسی مساوات جو کسی مسئلہ سے متعلق تمام قابل پیمائش مقداروں کو ایک تعلق کی شکل میں ظاہر کرے، فارمولا کہلاتا ہے۔

$$P = 2(L + W)$$

● فارمولا میں مسئلہ کو ظاہر کیا جاتا ہے: (سبجیکٹ)

● فارمولا میں مقداروں کو ظاہر کیا جاتا ہے: (رقوم)

● مستطیل کے احاطہ کا فارمولا ہے: $(P = 2L + 2W)$

● مربع کے احاطہ کا فارمولا ہے: $(P = 4L)$

● دائرہ کے رقبہ کا فارمولا ہے: $(A = \pi r^2)$

● حرکت کی پہلی مساوات کا فارمولا ہے: $(V_f = V_i + at)$

● حرکت کی دوسری مساوات کا فارمولا ہے: $(S = V_i t + \frac{1}{2}at^2)$

● حرکت کی تیسری مساوات کا فارمولا ہے: $(2aS = V_f^2 - V_i^2)$

◆ مساوات $(x - 2c = b)$ کا سبجیکٹ (c) کیا ہے: $(\frac{x-b}{2})$

---

③ قالب

◆ **قالب**: قالب اعداد کی ایک ایسی مستطیلی ترتیب ہے جسے قطاروں اور کالموں کی صورت میں مربعی بریکٹ کے اندر لکھا جاتا ہے۔ یہ ارکان مخصوص الجبری قوانین کے تابع ہوتے ہیں۔ اسے میٹرک بھی کہتے ہیں۔

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

◆ **قالب کے ارکان**: کسی قالب میں مربعی بریکٹ کے اندر لکھے گئے حروف یا اعداد کو قالب کے ارکان کہتے ہیں۔ جیسے اس قالب میں $(1, 2, 3)$ ارکان ہیں۔

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

◆ **قطار**: قالب کے ارکان کو افقی ترتیب میں پڑھا جائے تو اسے قطار کہتے ہیں۔ جیسے اس قالب کی پہلی قطار میں $(1, 2, 3)$ ارکان ہیں جبکہ دوسری قطار میں $(4, 5, 6)$ ارکان ہیں۔ قطاروں کی تعداد کو (m) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

◆ **کالم**: قالب کے ارکان کو عمودی ترتیب میں پڑھا جائے تو اسے کالم کہتے ہیں۔ جیسے اس قالب کی پہلے کالم میں $(1, 2, 3)$ ارکان ہیں جبکہ دوسرے کالم میں $(4, 5, 6)$ ارکان ہیں۔ کالموں کی تعداد کو (n) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

◆ **قالب کا مرتبہ**: قالب میں قطاروں اور کالموں کی تعداد کو اس قالب کا مرتبہ کہتے ہیں۔ قالب کے مرتبہ کو اس ترتیب $(m\text{-by-}n)$ کے ساتھ لکھا جاتا ہے۔

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \qquad 2\text{-by-}3$$

◆ **مساوی قالب**: اگر دو قالبوں کا مرتبہ ایک جیسا ہو اور اُن کے تمام متعلقہ ارکان بھی برابر ہوں۔ تو ایسے قالب ایک دوسرے کے مساوی قالب کہلاتے ہیں۔

$$F = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \qquad G = \begin{bmatrix} 2 & 3+3 \\ 2+2 & 7 \end{bmatrix}$$

◆ **وتری ارکان**: قالب کے وتر پر موجود ارکان کو وتری ارکان کہتے ہیں۔ قالب کے وتر پر $(a_{11}, a_{22}, a_{33}, ...)$ ارکان آتے ہیں۔ قالب کے وتر کو پرنسپل، مین یا لیڈنگ ڈایاگونل کہتے ہیں۔

$$H = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

● سب سے پہلے قالب کا لفظ استعمال کیا: (جیمز جوزف سیلویسٹر)

● قالب سے متعلق مقالہ کس نے شائع کروایا تھا: (ارتھر کیلی)

● سب سے پہلے قالب میں مربعی بریکٹ استعمال کی تھی: (جوزف سیلویسٹر)

◆ اگر $(\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+2 \\ 3 \end{bmatrix})$ ہو تو (a) کیا ہو گا: (5)

◆ **قطاری قالب**: ایسا قالب جس میں صرف ایک قطار ہو، قطاری قالب کہلاتا ہے

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

◆ **کالمی قالب**: ایسا قالب جس میں صرف ہی ایک کالم ہو، کالمی قالب کہلاتا ہے۔

$$J = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

◆ **مربعی قالب**: ایسا قالب جس میں قطاروں اور کالموں کی تعداد برابر ہو، مربعی قالب کہلاتا ہے۔ اس کا مرتبہ $(2\text{-by-}2)$ ہے۔

$$K = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

◆ **مستطیلی قالب**: ایسا قالب جس میں قطاروں اور کالموں کی تعداد برابر نہ ہو، مستطیلی قالب کہلاتا ہے۔ اس کا مرتبہ $(2\text{-by-}3)$ ہے۔

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

♦ **وتری قالب**: ایسا قالب جس میں صرف وتری ارکان ہوں، وتری قالب کہلاتا ہے۔ وتر پر کم از کم ایک رکن غیر صفر ہونا چاہیے۔

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

♦ **سکیلر قالب**: ایسا قالب جس کے تمام وتری ارکان ایک جیسے اور غیر صفر ہوں، سکیلر قالب کہلاتا ہے۔ اس میں غیر وتری ارکان صفر ہوتے ہیں۔

$$N = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

♦ **صفری قالب**: ایسا قالب جس کے تمام ارکان صفر ہوں، صفری قالب کہلاتا ہے۔ اسے (O) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسے نل میٹرک بھی کہتے ہیں۔

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

♦ **وحدانی قالب**: ایسا قالب جس میں تمام وتری ارکان (1) ہی ہوں، وحدانی قالب کہلاتا ہے۔ اسے (I) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$I_1 = [1] \qquad I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

♦ **قالب کا ٹرانسپوز**: کسی قالب کی قطاروں کو کالموں یا کالموں کو قطاروں میں بدلنے سے حاصل ہونے والے نئے قالب کو قالب کا ٹرانسپوز کہلاتے ہے۔ اس کو (A^t) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \qquad A^t = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

♦ **سیمٹرک قالب**: اگر ایک قالب اپنے ٹرانسپوز کے برابر ہو تو وہ ایک دوسرے کا سیمٹرک قالب کہلاتے ہیں۔ $(A = A^t)$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad A^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

♦ **سکیو سیمٹرک قالب**: اگر ایک قالب اپنے ٹرانسپوز کے نفی کے برابر ہو تو وہ ایک دوسرے کا سکیو سیمٹرک قالب کہلاتے ہیں۔ $(A = -A^t)$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \qquad A^t = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$$

♦ **منفی قالب**: کسی قالب کے تمام ارکان کو (1−) سے ضرب دیں تو نیا حاصل ہونے والا قالب پہلے قالب کا منفی قالب کہلاتا ہے۔

$$A = [3 \quad -4] \qquad -A = [-3 \quad 4]$$

- قالب کا ڈبل ٹرانسپوز برابر ہوتا ہے: (اصل قالب)
- قالب $([3 \quad 5 \quad 0])$ کونسی قسم کا ہے: (قطاری قالب)
- قالب $\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right)$ کونسی قسم کا ہے: (کالمی قالب)
- اگر $(A = A^t)$ ہو تو (A) ہوگا: (سیمٹرک قالب)

- قالب $\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$ کونسی قسم کا ہے: (وحدانی قالب)
- قالب $\left(\begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}\right)$ کے ٹرانسپوز کا مرتبہ ہے: (2-by-3)

♦ **قالب کی سکیلر ضرب**: قالب کو کسی سکیلر عدد (k) سے ضرب دیں تو قالب کے ہر رکن کو (k) سے ضرب دی جاتی ہے۔

$$A = [3 \quad 4] \qquad 5A = [15 \quad 20]$$

♦ **قالبوں کی جمع**: دو قالبوں کی جمع میں متعلقہ ارکان کو جمع کیا جاتا ہے۔ دونوں قالبوں کا مرتبہ ایک جیسا ہونا چاہیے۔ رزلٹ کا مرتبہ بھی سیم ہونا چاہیے۔

$$A = [3 \quad 4] \qquad A = [2 \quad 0]$$

$$A + B = [3+2 \quad 4+0] = [5 \quad 4]$$

$$(A+B)^t = A^t + B^t$$

$$(A-B)^t = A^t - B^t$$

♦ **قالبوں کی نفی**: دو قالبوں کی نفی میں متعلقہ ارکان کو تفریق کیا جاتا ہے۔ دونوں قالبوں کا مرتبہ ایک جیسا ہونا چاہیے۔ رزلٹ کا مرتبہ بھی سیم ہونا چاہیے۔

$$A = [3 \quad 4] \qquad A = [2 \quad 0]$$

$$A - B = [3-2 \quad 4-0] = [1 \quad 4]$$

♦ **قانون مبادلہ بالحاظ جمع**: دو قالبوں کی جمع کا ترتیب پر کوئی انحصار نہیں ہے۔ رزلٹ ہر صورت میں ایک جیسا رہتا ہے۔

$$A + B = B + A$$

♦ **قانون تلازم بالحاظ جمع**: تین قالبوں کی جمع کا ترتیب پر کوئی انحصار نہیں ہے۔ رزلٹ ہر صورت میں ایک جیسا رہتا ہے۔

$$(A+B)+C = A+(B+C)$$

♦ **جمعی ذاتی قالب**: جمعی ذاتی قالب (O) کو کسی بھی قالب میں جمع کیا جا سکتا ہے۔ اس سے اصل قالب پر کوئی فرق نہیں پڑتا۔

$$A + O = O + A = A$$

♦ **جمعی معکوس**: ہر قالب کو اُسی کے منفی قالب (A−) کے ساتھ جمع کرنے پر رزلٹ صفری قالب ہوتا ہے۔ اگر ایسا ہو تو یہ دونوں قالب ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔

$$A + (-A) = (-A) + A = O$$

- قانون مبادلہ بالحاظ نفی کیا ہے: $(A-B \neq B-A)$
- اگر $(A = [3 \quad 4])$ اور $(B = [7 \quad 8])$ ہو تو $(A+B)$ ہوگا: $([10 \quad 12])$
- اگر $(A = [3 \quad 4])$ اور $(B = [7 \quad 8])$ ہو تو $(B-A)$ ہوگا:

([4   4])

◆ قالب ($\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$) کا جمعی معکوس ہے: ($\begin{bmatrix}-3\\-4\end{bmatrix}$)

◆ **قالبوں کی ضرب**: اگر پہلے قالب کے کالموں کی تعداد، دوسرے قالب کی قطاروں کی تعداد کے برابر ہو تو وہ دونوں قالب ضرب ہو سکتے ہیں۔ حاصل ضرب کا مرتبہ اس طرح ہونا چاہیے۔

$$AB = (\text{rows of } A) \text{ -by- } (\text{columns of } B)$$

◆ **قانون مبادلہ بلحاظ ضرب**: دو قالبوں کی ضرب کا ترتیب پر انحصار ہوتا ہے۔ رزلٹ ہر صورت میں مختلف رہتا ہے۔

$$AB \neq BA$$

◆ **قانون تلازم بلحاظ ضرب**: تین قالبوں کی ضرب کا ترتیب پر کوئی انحصار نہیں ہے۔ رزلٹ ہر صورت میں ایک جیسا رہتا ہے۔

$$(AB)C = A(BC)$$

◆ **قانون تقسیمی بلحاظ ضرب**: یہ جمع اور نفی دونوں کے لیے ہے۔

$$A(B \pm C) = AB \pm AC$$

$$(A \pm B)C = AC \pm BC$$

◆ **ضربی ذاتی قالب**: ضربی ذاتی قالب (I) کو کسی بھی قالب کے ساتھ ضرب کیا جا سکتا ہے۔ اس سے اصل قالب پر کوئی فرق نہیں پڑتا۔

$$AI = IA = A$$

◆ **ضربی معکوس**: ہر قالب کو اُسی کے الٹ قالب (A^{-1}) کے ساتھ ضرب کرنے پر رزلٹ وحدانی قالب ہوتا ہے۔ دونوں قالب ایک دوسرے کے ضربی معکوس کہلاتے ہیں۔

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

$$A^{-1} = \frac{Adj.A}{|A|}$$

◆ **مقطع**: وتری ارکان کی حاصل ضرب اور غیر وتری ارکان کی حاصل ضرب کے فرق کو مقطع کہتے ہیں۔ اسے ($|A|$) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$A = \begin{bmatrix}a & b\\c & d\end{bmatrix} \qquad |A| = ad - bc$$

◆ **نادر قالب**: ایسا قالب جس کا مقطع صفر ہو، سنگولر قالب کہلاتا ہے۔

$$A = \begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix} \qquad |A| = 0$$

◆ **غیر نادر قالب**: ایسا قالب جس کا مقطع صفر نہ ہو، نان سنگولر قالب کہلاتا ہے۔

$$A = \begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix} \qquad |A| \neq 0$$

◆ **قالب کا ایڈجائنٹ**: وتری ارکان کی جگہ تبدیل کرنے اور غیر وتری ارکان کی علامات تبدیل کرنے پر قالب کا ایڈجائنٹ حاصل ہوتا ہے۔ اسے (Adj.A) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$A = \begin{bmatrix}a & +b\\-c & d\end{bmatrix} \qquad Adj.A = \begin{bmatrix}d & -b\\+c & a\end{bmatrix}$$

● کس قالب کا معکوس نہیں ہوتا: (نادر قالب)

● قطاروں اور کالموں کو تبدیل کرنے پر قیمت ایک جیسی رہتی ہے: (مقطع)

◆ قالب ($\begin{vmatrix}3 & 1\\0 & 4\end{vmatrix}$) کا مقطع ہے: (12)

◆ **یک درجی ہمزاد مساواتیں**: دو یا دو سے زیادہ ایسی الجبری مساواتیں جن میں دو یا دو سے زیادہ متغیرات ہوں اور جنہیں ایک مشترک حل نکالنے کے لیے بیک وقت حل کیا جائے، یک درجی ہمزاد مساواتیں کہلاتی ہیں۔

$$ax + by = m \qquad cx + dy = n$$

● گیبریل کرائمر نے اپنا طریقہ کب شائع کیا تھا: (1750)

● گیبریل کرائمر نے کب اپنی ڈاکٹریٹ مکمل کی تھی: (18 سال کی عمر)

⊙ یک درجی ہمزاد مساواتوں کو حل کرنے کے طریقے لکھیں: ہمزاد مساواتوں کو حل کرنے کے دو طریقے ہیں۔ قالب کے معکوس کا طریقہ، کرائمر کا طریقہ۔

④ تفاعل

◆ **فنکشن**: سیٹ (X) سے سیٹ (Y) تک تفاعل ایک ایسا قاعدہ ہے جو سیٹ (X) کے ہر رکن کو سیٹ (Y) کے صرف ایک مخصوص رکن کے ساتھ جوڑتا ہے۔ اسے ($X : X \rightarrow Y$) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

◆ **ڈومین**: فنکشن ($X : X \rightarrow Y$) میں سیٹ (X) کے ارکان کو ڈومین کہتے ہیں۔ یہ فنکشن کی اِن پٹ ہوتی ہے۔

◆ **کوڈومین**: فنکشن ($X : X \rightarrow Y$) میں سیٹ (Y) کے ارکان کو ڈومین کہتے ہیں۔ یہ فنکشن کی ممکنہ آؤٹ پٹ ہوتی ہے۔

◆ **رینج**: فنکشن ($X : X \rightarrow Y$) کی اصل آؤٹ پٹ کو فنکشن کی رینج کہتے ہیں۔ رینج، کوڈومین کی تحتی سیٹ ہوتی ہے۔

◆ **عکس**: فنکشن ($X : X \rightarrow Y$) کے آؤٹ پٹ رکن کو اُس کے متعلقہ اِن پٹ رکن کا امیج کہتے ہیں۔ جیسے یہاں (y) ایک امیج ہے۔

$$y = f(x)$$

◆ **ماقبل عکس**: فنکشن ($X : X \rightarrow Y$) کی اِن پٹ رکن کو اُس کے متعلقہ آؤٹ پٹ رکن کا پری امیج کہتے ہیں۔ جیسے یہاں (x) ایک پری امیج ہے۔

$$y = f(x)$$

◆ فنکشن پر ریاضیاتی عوامل: جمع، نفی، ضرب، تقسیم۔

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

◆ **تفاعل کی ترکیب:** دو یا دو سے زیادہ فنکشنز کے ملنے سے بننے والے نئے فنکشن کے عمل کو کمپوزیشن آف فنکشن کہتے ہیں۔اسے ترکیب کا عمل کنندہ(o) کے ذریعے ظاہر کیا جاتا ہے۔اسے کمپوزیشن آپریٹر بھی کہتے ہیں۔

$f : X \to Y$ $\qquad g : Y \to Z$

$gof : X \to Z$ $\qquad gof(x) = g(f(x))$

$fog(x) \neq gof(x)$

◆ **اِن جیکٹیو فنکشن:** ایسا فنکشن جس میں ہر ان پٹ کوئی نہ کوئی منفرد آوٹ پٹ بنائے،وَن ٹو وَن فنکشن کہلاتا ہے۔اس میں کسی بھی دو ان پٹس کی آوٹ پٹ ایک جیسی نہیں ہوتی۔کوڈومین کے ہر رکن کو صرف ایک بار مپ کیا جا سکتا ہے۔

$f(x) = 2x$

◆ **سر جیکٹیو فنکشن:** ایسا فنکشن جس میں کوڈومین کا ہر رکن،ڈومین کے کسی نہ کسی رکن کے ساتھ مپ ہوتا ہے،آن ٹو فنکشن کہلاتا ہے۔کوڈومین کے ارکان کو ایک سے زیادہ بار مپ کیا جا سکتا ہے۔

$f(x) = x^2$

◆ **بائی جیکٹیو فنکشن:** ایسا فنکشن جس میں اِن جیکٹیو اور سر جیکٹیو فنکشن دونوں کی خوبیاں پائی جائیں، بائی جیکٹیو فنکشن کہلاتا ہے۔

$f(x) = x + 1$

◆ **معکوس تفاعل:** ایسا فنکشن جو اصل فنکشن کے اثر کو الٹ کر دے، پہلے کا انورس فنکشن کہلاتا ہے۔اس میں ڈومین، رینج اور رینج، ڈومین بن جاتی ہیں۔

$f : X \to Y$ $\qquad f(x) = y$

$f^{-1} : Y \to X$ $\qquad f^{-1}(y) = x$

◆ **عمودی خط کا ٹیسٹ:** اگر ہر عمودی خط کسی دیئے گئے گراف کو صرف اور صرف ایک ہی پوائنٹ پر کٹ کرے تو وہ گراف فنکشن کا گراف ہوگا۔

◆ **افقی خط کا ٹیسٹ:** اگر ہر افقی خط کسی دیئے گئے گراف کو صرف اور صرف ایک ہی پوائنٹ پر کٹ کرے تو وہ گراف فنکشن کا گراف ہوگا۔

● گاٹفرائیڈ ولیم لبنز نے کب فنکشن کا لفظ استعمال کیا تھا: (1673)

● معکوس فنکشن ہمیشہ ہوگا: (بائی جیکٹیو فنکشن)

● افقی خط کا ٹیسٹ پاس کرنے والا فنکشن ہوتا ہے: (وَن ٹو وَن فنکشن)

◆ اگر $f(x) = \frac{5x-6}{3}$ ہو تو $f(3)$ کی قیمت ہوگی: (3)

◆ اگر $f(x) = x^3$ ہو تو $f(-2)$ کی قیمت ہوگی: (-8)

◆ ایک فنکشن (X) سے (Y) کی طرف ہو تو لکھا جائے گا: $(f : X \to Y)$

◆ ایک تفاعل کی ترکیب $(fog)(x)$ برابر ہوگا: $f(g(x))$

◆ اگر $f(x) = 2x+3$ اور $g(x) = x+1$ ہو تو $f(x) + g(x)$ ہوگا: $(3x + 4)$

◆ اگر $f(x) = 5x+2$ اور $h(x) = 2x-2$ ہو تو $f(x) - h(x)$ ہوگا: $(3x + 4)$

◆ اگر $f(x) = 3x+1$ اور $g(x) = 2x$ ہو تو $g(x) \times f(x)$ ہوگا: $(6x^2 + 2x)$

◆ اگر $f(x) = x^2-4$ اور $g(x) = x+2$ ہو تو $f(x) / g(x)$ ہوگا: $(x - 2)$

◆ **مطلق قدر تفاعل:** ایسا فنکشن جس میں مطلق قدر بار $(|x|)$ کے اندر ایک الجبری جملہ بند ہوتا ہے،اسے ابسلیوٹ ویلیو فنکشن کہتے ہیں۔اس کا گراف (V) شکل کا ہوتا ہے جو (y) ایکسز کے لحاظ سے سیمٹرک رہتا ہے۔یہ گراف راس (0, 0) پر اپنی سمت تبدیل کرتا ہے۔

$f(x) = |x|$

◆ **مطلق قدر:** نمبر لائن پر زیرو پوائنٹ سے فاصلہ کو کسی عدد کی ابسلیوٹ ویلیو کہتے ہیں۔یہ فاصلہ ہمیشہ مثبت ہوتا ہے۔اسے $(|x|)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

◆ **مطلق یک درجی مساوات:** ایسی مساوات جس میں مطلق قدر، الجبری جملہ کو دی جاتی ہے۔

$|ax + b| = 0$

◆ **مطلق یک درجی غیر مساوات:** ایسی غیر مساوات جس میں مطلق قدر، الجبری جملہ کو دی جاتی ہے۔

$|ax + b| > 0$ $\qquad |ax + b| \leq 0$

◆ مطلق قدر تفاعل کے گراف کی شکل ہوتی ہے: (V شکل)

◆ فنکشن والے گراف کو عمودی لائن کٹ کرتی ہے: (1 نقطہ)

⊙ مطلق قدر تفاعل کی راسی شکل لکھیں: اس میں (h, k) ایک راس ہے۔(a) صفر نہیں ہو سکتا۔یہ گراف لائن $(x = h)$ کے گرد سیمٹرک ہوتا ہے۔

$g(x) = a|x - h| + k$

⑤ الجبری کسور

◆ **الجبری کسر:** ایسی کسر ہے جس کے شمار کنندہ اور مخرج یا دونوں میں الجبری جملے شامل ہوں، الجبری کسر کہلاتی ہے۔

$\frac{2x+9}{10x}$ $\qquad \frac{2x+y}{3xy}$

◆ **ناطق جملہ:** $\frac{P(x)}{Q(x)}$ کی شکل میں الجبری کسر کو ناطق جملہ کہتے ہیں۔یہاں $P(x)$

اور $Q(x)$ دونوں کثیر رقمی ہیں۔ جبکہ $Q(x)$ صفر نہیں ہونی چاہیے۔

$$\frac{x+1}{x+2} \qquad \frac{5}{x-2}$$

◆ **ناطق جملہ کی آسان شکل:** ناطق جملہ کے شمار کنندہ اور مخرج میں موجود کامن فیکٹر کو ختم کرکے اسے سادہ شکل میں تبدیل کرنے کو سمپلی فکیشن کہتے ہیں۔

◆ **ناطق جملہ کی مہارت:** ناطق جملہ کی ویلیو کو ختم کیے بغیر اس پر مختلف ریاضیاتی عوامل استعمال کرنے کو ناطق جملوں کی مہارت کہتے ہیں۔

◆ **دو درجی شکل میں قابل تبدیل مساوات:** ایسی مساوات جس میں کچھ مناسب ٹرم کی تبدیلی کرنے پر وہ دو درجی مساوات کی شکل میں تبدیل ہو جائے، دو درجی شکل میں قابل تبدیل مساوات کہلاتی ہے۔

$$ax^{2n} + bx^{n} + c = 0$$

◆ **قوت نمائی مساوات:** ایسی مساوات جن میں متغیر قوت نما کی جگہ پر آئے، قوت نمائی مساوات کہلاتی ہیں۔

$$a^{2x} + b^{x} + c = 0$$

◆ **معکوس مساوات:** ایسی مساوات جس میں متغیر کو اس کے معکوس سے بدلنے سے مساوات میں کوئی تبدیلی نہ آئے، معکوس مساوات کہلاتی ہے۔

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

◆ عبارت $\left(\frac{2x-1}{x^2+4}\right)$ ہے: (الجبری جملہ)

◆ اس $\left(\frac{18a^2bc^2}{12ac}\right)$ کی سادہ شکل ہے: $\left(\frac{3abc}{2}\right)$

◆ اس $\left(\frac{15xyz}{10}\right)$ کی سادہ شکل ہے: $\left(\frac{3xyz}{2}\right)$

◆ اس $\left(\frac{3x+1}{5} + \frac{2x+3}{5}\right)$ کی سادہ ترین شکل ہے: $\left(\frac{5x+4}{5}\right)$

◆ اس $(x-y)\left(\frac{x^2-y^2}{x+y}\right)$ کی سادہ ترین شکل ہے: $(x-y)^2$

◆ اس $(x-y)(x^3-y^3)$ کی سادہ ترین شکل ہے: (x^2+xy+y^2)

◆ مساوات $\left(\frac{5}{x} + \frac{1-x}{3} = \frac{1}{6x}\right)$ کونسی قسم کی ہے: (کسری مساوات)

◆ مساوات $(5^x+64^{-x}-20=0)$ کونسی قسم کی ہے: (قوت نمائی مساوات)

◆ مساوات $(y^2 - 24y + 128 = 0)$ کے روٹس ہیں: $(-8, 16)$

◆ $(3x^2+10x+3=0)$ کے اجزائے ضربی ہیں: $(x+3)(3x-1)$

6 ویکٹرز

◆ **مستطیلی محدداتی مستوی:** ایسی پلین جس میں دو نمبر لائنز ایک دوسرے کو عمودا کٹ کرتی ہیں۔ (x) ایکسز پر افقی نمبر لائن ہوتی ہے جبکہ (y) ایکسز پر عمودی نمبر لائن ہوتی ہے۔ اِس میں چار ربع بنتی ہیں۔ اسے ریکٹنگولر کورڈینیٹ پلین کہتے ہیں۔

◆ **محور (x):** مستطیلی محدداتی مستوی میں افقی نمبر لائن کو (x) ایکسز کہتے ہیں۔ اِس کی داہیں طرف مثبت نمبر جبکہ باہیں طرف منفی نمبر لکھے جاتے ہیں۔

◆ **محور (y):** مستطیلی محدداتی مستوی میں عمودی نمبر لائن کو (y) ایکسز کہتے ہیں۔ اِس کی اوپر کی طرف مثبت نمبر جبکہ نیچے کی طرف منفی نمبر لکھے جاتے ہیں۔

◆ **مرکز:** مستطیلی محدداتی مستوی میں یہاں (x) ایکسز اور (y) ایکسز ملتے ہیں، اس پوائنٹ کو مرکز (O) کہتے ہیں۔ اس کے مترتب جوڑے $(0, 0)$ ہیں۔

◆ **مترتب جوڑا:** مستطیلی محدداتی مستوی میں کسی بھی پوائنٹ (P) کو دو نمبرز سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ دو نمبروں کے اس جوڑے کو آرڈر پیئر (x, y) کہتے ہیں۔ اس میں پہلا نمبر (x) ابسیسا کہلاتا ہے جبکہ دوسرا نمبر (y) آرڈینیٹ کہلاتا ہے۔

◆ **سکیلر:** ایسی مقدار جس کی صرف عددی قیمت ہو لیکن سمت نہ ہو، سکیلر کہلاتی ہے۔ ٹائم، ماس، والیوم، سپیڈ۔

◆ **ویکٹر:** ایسی مقدار جس کی عددی قیمت اور سمت دونوں ہوں، ویکٹر کہلاتی ہے۔ ولاسٹی، ایکسلریشن، مومینٹم۔

◆ **منفی ویکٹر:** ایسا ویکٹر جس کی مقدار دیئے گئے ویکٹر کے برابر ہو لیکن سمت مخالف ہو، منفی ویکٹر کہلاتا ہے۔ $(\underline{a}, -\underline{a})$

◆ **مساوی ویکٹرز:** ایسے دو ویکٹرز جن کی مقدار اور سمت ایک جیسی ہو، مساوی ویکٹرز کہلاتے ہیں۔ $(\underline{a} = \underline{b})$

◆ **صفری ویکٹر:** ایسا ویکٹر جس کا ابتدائی اور آخری نقطہ ایک ہی ہو، صفری ویکٹر کہلاتا ہے۔ اس کی مقدار صفر ہوتی ہے اور یہ ہر ویکٹر کے متوازی ہوتا ہے۔

◆ **پوزیشن ویکٹر:** ایسا ویکٹر جو مستطیلی محدداتی مستوی میں کسی پوائنٹ (x, y) کی پوزیشن کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

$$\overrightarrow{OP} = x\underline{i} + y\underline{j} + z\underline{k}$$

◆ **یونٹ ویکٹر:** کسی کورڈینیٹ ایکسز کے ساتھ ویکٹر کی سمت کو ظاہر کرنے والا ویکٹر، یونٹ ویکٹر کہلاتا ہے۔ اس کی مقدار ایک یونٹ ہوتی ہے۔ (x) ایکسز کی ساتھ $(\underline{i})$ اور (y) ایکسز کے ساتھ $(\underline{j})$ بطور یونٹ ویکٹر استعمال ہوتا ہے۔

$$\underline{\hat{a}} = \frac{\underline{a}}{|\underline{a}|}$$

◆ **ویکٹر کی مقدار:** ویکٹر کی ٹیل سے ہیڈ تک لمبائی کو ویکٹر کی نورم یا ویکٹر کی لمبائی کہتے ہیں۔ اگر کسی ویکٹر کا ٹیل پوائنٹ $P(x_1, y_1)$ پر ہو اور اس کا ہیڈ پوائنٹ $Q(x_2, y_2)$ پر ہو تو اس کی لمبائی $(|\overrightarrow{PQ}|)$ ایسے معلوم کی جاسکتی ہے۔

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$ مرکز سے لمبائی

◆ **ویکٹر کی سکیلر ضرب:** ویکٹر کو کسی عدد (λ) سے ضرب دیں تو ویکٹر کی لمبائی عدد (λ) گنا بڑھ جاتی ہے۔

$$\lambda \times \underline{a} = \lambda\underline{a} \qquad -\lambda \times \underline{a} = -\lambda\underline{a}$$

*اگر عدد $(\lambda > 0)$ صفر سے بڑا ہو تو اصل ویکٹر $(\underline{a})$ اور حاصل ضرب والا ویکٹر $(\lambda\underline{a})$ ایک ہی سمت میں ہوں گے۔

*اگر عدد($\lambda < 0$)صفر سے چھوٹا ہو تو اصل ویکٹر($\underline{a}$)اور حاصل ضرب والا ویکٹر($\lambda\underline{a}$)ایک دوسرے کی الٹ سمت میں ہوں گے۔

● دو ویکٹرز کی حاصل ضرب والے ویکٹرز آپس میں ہوتے ہیں:(متوازی)

● دو ویکٹرز کی مقدار($|a| = |b|$)برابر ہو تو:($\underline{a} = \underline{b}$)

◆ (x)ایکسز اور(y)ایکسز کتنے حصوں میں پلین کو تقسیم کرتے ہیں:(چار)

◆ پوائنٹ($4, -4$)کس ربع میں آئے گا:(چوتھا)

◆ ویکٹر جس کی مقدار(1)ہوتی ہے:(یونٹ ویکٹر)

◆ ویکٹر($|3i + 4j|$)کے نورم کی قیمت ہے:(5)

◆ اگر($\underline{a} = \lambda\underline{b}$)ہو تو پھر($\underline{a}$)اور($\underline{b}$)ہوں گے:(متوازی)

◆ مرکز سے اس پوائنٹ($3, -2$)کا پوزیشن ویکٹر ہوگا:($3\underline{i}, -2\underline{j}$)

◆ اس پوائنٹ($3, 4$)سے مرکز کی طرف ویکٹر ہوگا:($-3\underline{i}, -4\underline{j}$)

⊙ ویکٹر کا اظہار کیسے کیا جاتا ہے: گراف میں ویکٹر کو ایک خط($\overrightarrow{AB}$)سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اس خط کی ٹیل کو ویکٹر کا ابتدائی نقطہ(A)کہتے ہیں جبکہ ہیڈ کو اختتامی نقطہ(B)کہتے ہیں۔ویکٹر کی علامت کو ایسے($\mathbf{a}, \underline{a}, \vec{a}$)کیا جاتا ہے۔

⊙ کیا صفری ویکٹر، یونٹ ویکٹر ہو سکتا ہے: نہیں، کیونکہ صفری ویکٹر کی مقدار(0)ہوتی ہے جبکہ یونٹ ویکٹر کے لیے مقدار(1)ہونی چاہیے۔

⊙ یونٹ ویکٹر کا($|a|$)کتنا ہوگا: اگر($\underline{a}$)ایک یونٹ ویکٹر ہے تو اس کی مقدار($|a|$)بھی(1)ہوگی۔

◆ **ویکٹرز کی جمع**:ایک ویکٹر کو دوسرے ویکٹر میں جمع کرنا۔

$$\underline{a} + \underline{b} = (x_1 + x_2)\underline{i} + (y_1 + y_2)\underline{j}$$

◆ **مثلثی قانون**:اگر دو ویکٹرز کو ایک مثلث کے دو مسلسل اضلاع سے ظاہر کیا جائے، تو اس مثلث کا تیسرا ضلع ان دونوں ویکٹرز کے مجموعہ کو ظاہر کرتا ہے۔

◆ **متوازی الاضلاع کا قانون**:اگر دو ویکٹرز کو ایک متوازی الاضلاع کے دو ملحقہ اضلاع سے ظاہر کیا جائے، تو اس کا وتر ان دونوں ویکٹرز کے مجموعہ کو ظاہر کرتا ہے۔

◆ **ویکٹرز کی تفریق**:ایک ویکٹر سے دوسرے ویکٹر کو نفی کرنا۔

$$\underline{a} - \underline{b} = (x_1 - x_2)\underline{i} + (y_1 - y_2)\underline{j}$$

◆ **ہم مستوی ویکٹرز**:دو یا دو سے زیادہ ایسے ویکٹرز جو ایک ہی پلین پر واقع ہوں یا متوازی سطحوں پر ہوں، کو پلینر ویکٹرز کہلاتے ہیں۔

◆ **ٹرانس لیشن**:کسی بھی شکل، نقطے یا جسم کو اس کی شکل، سائز اور رخ تبدیل کیے بغیر ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کو ٹرانسلیشن کہتے ہیں۔

◆ **ٹرانس لیشن ویکٹر**:ایسا ویکٹر جو کسی شکل، نقطے یا جسم کو تبدیل کیے بغیر ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقلی کو ظاہر کرتا ہے۔نئے نقطے یا جسم کو اصل کا امیج کہتے ہیں۔

◆ اگر($OA = \underline{a}$)اور($OB = \underline{b}$)ہو تو پھر($\overrightarrow{AB}$)ہوگا:($\underline{b} - \underline{a}$)

◆ دو ویکٹروں کی جمع ہمیشہ ہوتی ہے:(ویکٹر)

◆ ٹرانس لیشن ویکٹر کیا ظاہر کرتا ہے:(حرکت)

---

⑦ تکونیات

◆ **تکونیات**:ریاضی کی وہ شاخ جس میں مثلث کے اضلاع اور زاویوں کے درمیان تعلق کا مطالعہ کیا جاتا ہے، ٹرگنومیٹری کہلاتی ہے۔

◆ **مثلث**:تین کونوں والی بند شکل کو مثلث کہتے ہیں۔

◆ **وتر**:مثلث میں($90°$)کے زاویے کے سامنے والے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔

◆ **عمود**:مثلث میں زیر بحث زاویے کے بالکل سامنے والے ضلع کو عمود کہتے ہیں۔

◆ **قاعدہ**:زیر بحث زاویے اور($90°$)کے زاویے کے درمیان والے ضلع کو قاعدہ کہتے ہیں۔

◆ **تکونیاتی تفاعل**:وہ نسبتیں جو مثلث کے زاویوں اور اضلاع کے تعلق کو ظاہر کرتی ہیں۔سائن، کاز، ٹین، کوسیکنڈ، سیکنڈ، کاٹ۔

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$	$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}}$
$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}}$	$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}}$
$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$	$\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}}$
$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

◆ تکونیاتی تفاعل یا نسبتوں کی قیمتیں مندرجہ ذیل ہیں۔

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0

◆ تکونیاتی تفاعل یا نسبتوں کی ہر ربع میں علامات مختلف ہوتی ہے۔

ربع(2) only **sinθ** and cosecθ are positive	ربع(1) **all** are positive
ربع(3) only **tanθ** and cotθ are positive	ربع(4) only **cosθ** and secθ are positive

◆ ($90° + \theta$)کے لیے تکونیاتی تفاعل یا نسبتوں کی قیمتیں مندرجہ ذیل ہیں۔

$\sin(90° + \theta) = \cos\theta$	$\csc(90° + \theta) = \sec\theta$
$\cos(90° + \theta) = -\sin\theta$	$\sec(90° + \theta) = -\csc\theta$

$\tan(90° + \theta) = -\cot\theta$	$\cot(90° + \theta) = -\tan\theta$

♦ $(180° - \theta)$ کی تکونیاتی تفاعل یانسبتوں کی قیمتیں مندرجہ ذیل ہیں۔

$\sin(180° - \theta) = \sin\theta$	$\csc(180° - \theta) = \csc\theta$
$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$	$\sec(180° - \theta) = -\sec\theta$
$\tan(180° - \theta) = -\tan\theta$	$\cot(180° - \theta) = -\cot\theta$

♦ منفی زاویے کا مثلثیاتی تفاعل یانسبتوں پر کیا اثر ہے۔

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	**$\cos(-\theta) = \cos\theta$**	**$\tan(-\theta) = -\tan\theta$**

♦ نسبت $(\cot 60°)$ کی قیمت ہے: $(\frac{1}{\sqrt{3}})$

♦ تمام تکونیاتی نسبتیں کس ربع میں مثبت ہیں: (پہلا ربع)

♦ نسبت $(\operatorname{cosec}\theta)$ کس ربع میں مثبت ہے: (پہلا اور دوسرا)

♦ $(\sin 90° + \theta)$ برابر ہے: $(\cos\theta)$

♦ $(\tan 180° - \theta)$ برابر ہے: $(-\tan\theta)$

♦ **قائمۃ الزاویہ مثلث**: ایسی مثلث جس کا ایک زاویہ (90) ڈگری کا ہو۔

♦ **مساوی الساقین مثلث**: ایسی مثلث جس میں دو سائیڈز کی لمبائی برابر ہو۔

♦ **غیر قائمۃ الزاویہ مثلث**: ایسی مثلث جس میں کوئی بھی زاویہ $(90°)$ کا نہ ہو۔

♦ **ایکیوٹ مثلث**: ایسی مثلث جس میں تمام زاویے (90) ڈگری سے کم ہوں۔

♦ **ابٹیوز مثلث**: ایسی مثلث جس میں ایک زاویہ (90) ڈگری سے بڑا ہو۔

♦ **سائن کا قانون**: یہ قانون مثلث کے اضلاع اور اُن کے مقابل زاویوں کے سائن کے درمیان تناسب کی برابری کو ظاہر کرتا ہے۔

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

♦ **کوسائن کا قانون**: یہ قانون مثلث کے تینوں اضلاع اور ایک زاویہ کے درمیان تعلق بیان کرتا ہے۔ یہ قانون عموماً غیر قائمہ مثلث کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos\alpha$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cdot\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\gamma$$

♦ **مثلث کا رقبہ**: مثلث کی سطح کے پھیلاؤ کی پیائش کو مثلث کا رقبہ کہتے ہیں۔

$$\Delta ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\Delta ABC = \tfrac{1}{2}\, bc\cdot\sin\alpha = \tfrac{1}{2}\, ac\cdot\sin\beta = \tfrac{1}{2}\, ab\cdot\sin\gamma$$

$$\Delta ABC = \frac{a^2\sin\beta\cdot\sin\gamma}{2\sin\alpha} = \frac{b^2\sin\alpha\cdot\sin\gamma}{2\sin\beta} = \frac{c^2\sin\alpha\cdot\sin\beta}{2\sin\gamma}$$

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

♦ سائن کا قانون ہے: $(\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma})$

♦ کوسائن کا قانون ہے: $(\cos\gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab})$

♦ مثلث کا ایریا ہے: $(\frac{1}{2}ac\sin\beta)$

♦ **تین ہندسی بیرنگ**: یہ سمت بتانے کا ایک طریقہ ہے جس میں شمال سے کلاک وائز رخ میں زاویے کو تین ہندسوں میں ماپا جاتا ہے۔

♦ **بنیادی سمتیں**: یہ کمپاس پر چار اہم سمتیں ہیں۔ مشرق، مغرب، شمال، جنوب۔

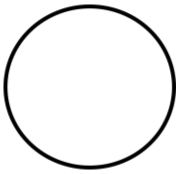
♦ **ثانوی سمتیں**: یہ کمپاس پر بنیادی سمتوں کے درمیان کی سمتیں ہیں۔ جیسے شمال مشرق، شمال مغرب، جنوب مشرق، جنوب مغرب۔

♦ بیرنگ زاویہ کس سکیل میں ماپا جاتا ہے: (ڈگری)

♦ بیرنگ زاویہ کی پیائش کس طرف سے کی جاتی ہے: (شمال)

♦ بیرنگ زاویہ کتنے ہندسوں میں لکھا جاتا ہے: (3 ہندسے)

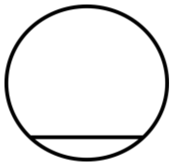
⑧ دائرہ کا وتر



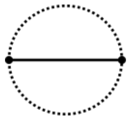
♦ **دائرہ**: تمام ایسے نقاط کا مجموعہ جو ایک مرکزی نقطہ سے یکساں فاصلے پر ہوں۔

♦ **محیط**: دائرے کی کل بیرونی لمبائی یا اس کا گھیرا، دائرے کا محیط کہلاتا ہے۔

$$C = 2\pi r$$



♦ **وتر**: دائرے کے اندر ایسی سیدھی لائن جو دائرے کے کنارے پر موجود دو نقاط کو آپس میں ملائے، وتر کہلاتی ہے۔



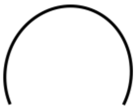
♦ **قطر**: وہ وتر جو دائرے کے مرکز سے گزرے اور اسے دو برابر حصوں میں تقسیم کر دے، قطر کہلاتا ہے۔

♦ **نصف دائرہ**: دائرے کا آدھا حصہ جو قطر اور آدھے محیط کے درمیان بنتا ہے۔

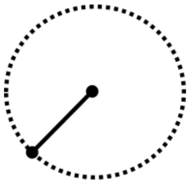
♦ **قطعہ**: دائرے کے وتر اور قوس کے درمیان گھرا ہوا رقبہ، قطعہ کہلاتا ہے۔

♦ **قوس**: دائرے کے محیط کا کوئی بھی حصہ یا ٹکڑا، دائرے کی قوس کہلاتی ہے۔

♦ **صغیرہ قوس**: نصف دائرے سے چھوٹی قوس کو صغیرہ قوس کہتے ہیں۔



♦ **کبیرہ قوس**: نصف دائرے سے بڑی قوس کو کبیرہ قوس کہتے ہیں۔



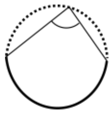
♦ **رداسی قطعہ**: دائرے کے مرکز سے محیط تک کے فاصلہ، رداسی قطعہ کہلاتا ہے۔

♦ **رداس**: رداسی قطعہ کی پیائش کو رداس کہتے ہیں۔ یہ مرکز سے محیط تک ہوتا ہے

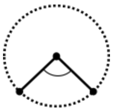
◆ **سیکٹر:** دائرے کے دو، رداسوں اور قوس کے درمیان گھرا ہوا رقبہ، سیکٹر کہلاتا ہے۔

◆ **محیطی زاویہ:** وہ زاویہ جو دائرے کے کسی قطعہ کے اندر محیط پر بنے، قطعہ میں زاویہ کہلاتا ہے۔

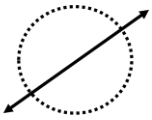
◆ **قوس پر زاویہ:** وہ زاویہ جو کسی قوس کے سروں سے محیط کے کسی نقطہ پر بنے، قوسی زاویہ کہلاتا ہے۔



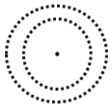
◆ **مرکزی زاویہ:** وہ زاویہ جو دائرے کے مرکز پر دو، رداسوں کے ملنے سے بنے، مرکزی زاویہ کہلاتا ہے۔



◆ **قاطع خط:** وہ سیدھی لائن جو دائرے کے محیط کو دو مختلف نقاط پر قطع کرتی ہوئی گزر جائے، قاطع خط $\overleftrightarrow{AB}$ کہلاتی ہے۔



◆ **ہم مرکز دائرے:** ایسے دائرے جن کا مرکز ایک نقطہ ہی ہو، ہم مرکز دائرے کہلاتے ہیں۔



◆ **نقطہ:** ایسا دائرہ جس کا رداس صفر ہو، نقطہ کہلاتا ہے۔

◆ **وتر کی تنصیف:** کسی وتر کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرنا۔

◆ **متماثل:** ایسی اشکال جو سائز اور بناوٹ میں بالکل ایک جیسی ہوں۔

◆ **غیر ہم خط:** ایسے نقاط جو ایک سیدھی لائن پر موجود نہ ہوں۔

◆ **مساوی الفاصلہ:** ایک دوسرے سے برابر فاصلے پر واقع ہونا۔

● صغیرہ قوس میں مرکزی زاویہ ہمیشہ چھوٹا ہوتا ہے: (180°)

● کبیرہ قوس میں مرکزی زاویہ ہمیشہ بڑا ہوتا ہے: (180°)

● نصف دائرہ میں مرکزی زاویہ کتنا ہوتا ہے: (180°)

◆ دائرے کے محیط سے مرکز تک فاصلہ کہلاتا ہے: (رداس)

◆ ایک ہی دائرے کے تمام رداس ہوتے ہیں: (سب برابر)

◆ دائرے کی بیرونی حد کو کہتے ہیں: (محیط)

◆ محیط کے کسی بھی حصے کو کہتے ہیں: (قوس)

◆ مرکز سے گزرنے والا وتر کہلاتا ہے: (قطر)

◆ دی گئی شکل میں (AB) کیا ہے: (وتر)

◆ دی گئی شکل میں بڑی قوس کونسی ہے: ($m\widehat{BDC}$)

◆ تین غیر ہم خط نقاط سے کتنے دائرے گزر سکتے ہیں: (ایک)

◆ وتر کا عمودی ناصف ہمیشہ کہاں سے گزرتا ہے: (مرکز سے)

◆ دائرے کے اندر تمام مرکزی زاویوں کا مجموعہ کتنا ہے: (360°)

↲ تین غیر ہم خط نقاط میں سے صرف اور صرف ایک ہی دائرہ گزر سکتا ہے۔

↲ سیدھی لکیر پر موجود تین یا اس سے زیادہ پوائنٹس سے کوئی دائرہ نہیں گزر سکتا۔

↲ اگر دو دائروں کے تین پوائنٹس مشترک ہوں تو وہ ایک ہی دائرہ ہوتا ہے۔

↲ دو دائرے ایک دوسرے کو صرف دو پوائنٹس پر قطع کر سکتے ہیں۔

↲ دائرے کے مرکز سے وتر کی تنصیف کرنے والا خط اس وتر پر عمود ہوتا ہے۔

↲ دائرے کے مرکز سے وتر پر گرایا گیا عمود اس کی تنصیف کرتا ہے۔

↲ اگر دائرے کے دو وتر برابر ہوں تو وہ مرکز سے برابر فاصلے پر ہوں گے۔

↲ دائرے کے دو وتر جو مرکز سے برابر فاصلے پر ہوں، آپس میں برابر ہوتے ہیں۔

↲ اگر دائرے کی دو قوسیں برابر ہوں تو ان کے متعلقہ وتر بھی برابر ہوں گے۔

↲ اگر دائرے کے دو وتر برابر ہوں تو ان کی متعلقہ قوسیں بھی برابر ہوں گی۔

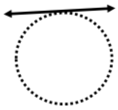
↲ دائرے کے برابر وتر مرکز پر برابر زاویے بناتے ہیں۔

↲ اگر دو وتروں کے ذریعے دائرے کے مرکز پر بننے والے زاویے برابر ہوں تو وہ وتر بھی لمبائی میں برابر ہوں گے۔

---

⑨ دائرہ کا مماس

◆ **مماس:** وہ خط جو دائرے کو صرف ایک نقطے پر چھو کر گزرتا ہے، ٹیجنٹ کہلاتا ہے۔



◆ **نقطہ مماس:** دائرے کا وہ نقطہ جہاں پر مماس اسے چھوتا ہے۔

◆ **قوس کی لمبائی:** رداس اور مرکزی زاویہ کی بنا پر قوس کی لمبائی کا فارمولا ہے۔

$$l = r\theta$$

◆ **سیکٹر کا ایریا:** یہ قوس اور 2 رداس کی درمیانی جگہ معلوم کرنے کا فارمولا ہے۔

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$$

◆ مماس دائرہ کے محیط کو کتنے نقاط پر چھوتا ہے: (ایک نقطہ)

◆ دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے کتنے مماس کھینچے جا سکتے ہیں: (دو)

◆ دائرہ کے مرکز سے کتنے مماس کھینچے جا سکتے ہیں: (صفر)

◆ دائرہ کا رداس اور مماس ایک دوسرے کے ہوتے ہیں: (عمودی)

◆ نصف دائرہ سے بڑے قطعہ میں بننے والا زاویہ ہوتا ہے: (حادہ)

◆ دائرہ کی قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کو کیا کہتے ہیں: (مرکزی زاویہ)

◆ نصف دائرہ میں بننے والے زاویہ کی مقدار کیا ہوتی ہے: (90°)

◆ ایک ہی قطعہ دائرہ میں بننے والے کوئی سے دو زاویے ہوتے ہیں: (مساوی)

◆ دائرہ کے سیکٹر کا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولا ہے: ($\frac{1}{2}r^2\theta$)

◆ اگر (r=6cm) اور (θ=2rad) ہو تو قوس کی لمبائی ہو گی: (12cm)

↲ اگر ایک لائن دائرے کے رداس کے سرے پر عمود ہو تو وہ مماس ہوتی ہے۔

↲ مماس اور رداس، ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔

↲ بیرونی نقطے سے ایک ہی دائرے پر کھینچے گئے دو مماسوں کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔

↲ اگر دو دائرے باہر سے ایک دوسرے کو چھوئیں تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ

ان کے رداسوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔

- اگر دو دائرے اندرونی طور پر ایک دوسرے کو چھوئیں تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ ان کے رداسوں کے فرق کے برابر ہوتا ہے۔
- دائرے کی چھوٹی قوس سے بننے والا مرکزی زاویہ، اسی قوس کے مقابل بڑی قوس پر بننے والے زاویے سے دوگنا ہوتا ہے۔
- دائرے کے قطعہ میں بننے والے کوئی سے دو زاویے ہمیشہ برابر ہوتے ہیں۔
- نیم دائرے میں بننے والا زاویہ ہمیشہ قائمہ $(90°)$ ہوتا ہے۔
- نیم دائرے سے بڑے قطعہ میں بننے والا زاویہ $(90°)$ سے کم ہوتا ہے۔
- نیم دائرے سے چھوٹے قطعہ میں بننے والا زاویہ $(90°)$ سے زیادہ ہوتا ہے۔
- دائرے کے اندر بنے چوکور کے مخالف زاویوں کا مجموعہ $(180°)$ ہوتا ہے۔

⑩ دائرہ کی جیومیٹری

◆ **ہم خطی نقاط**: ایک ہی لائن پر موجود پوائنٹس کو ہم خطی نقاط کہتے ہیں۔

◆ شکل میں $(\overleftrightarrow{ABC})$ کیا ہے: (ایک مماس)

◆ قوس کتنی اقسام کی ہوتی ہیں: (2)

◆ دائرے کے وتر کا عمودی ناصف ہمیشہ کہاں سے گزرتا ہے: (مرکز)

◆ ایک دائرے میں صرف ایک کیا ہوتا ہے: (مرکز)

◆ دائرے کے باہر وہ نقطہ جہاں دو مماس ملتے ہیں: (ایک زاویہ)

◆ دائرے پر ایک نقطہ سے دو برابر مماس کھینچے جا سکتے ہیں جب وہ نقطہ دائرے سے واقع ہونا چاہیے: (دائرہ کے باہر)

◆ ایک بیرونی نقطہ سے دائرے پر کھینچے گئے مماس ہوتے ہیں: (لمبائی میں مساوی)

◆ دائرے کا مرکز معلوم کرنے کے لیے کتنے وتروں کی ضرورت ہوتی ہے: (2)

◆ قوس کے وسطی نقطہ پر مماس کیسے کھینچا جاتا ہے: (قوس کے اختتامی نقاط کو ملانا)

◆ نقطہ مماس پر رداس اور مماس کے درمیان زاویہ ہوتا ہے: $(90°)$

⑪ معلومات داری

◆ **تعدد**: کوئی مقدار ڈیٹا میں کتنی بار آئی ہے، فریکوینسی کہلاتی ہے۔

◆ **مجموعی تعدد**: یہ پچھلے تمام تعدد کو جمع کر کے حاصل ہونے والی رقم ہوتی ہے۔

◆ **مجموعی تعدد کا ٹیبل**: یہ مجموعی تعدد کو ٹیبل میں ظاہر کرنے کا طریقہ ہے۔

◆ **مجموعی تعدد کی کثیر الاضلاع**: یہ مجموعی تعدد کو گراف میں ظاہر کرنے کا طریقہ ہے۔ اس میں ڈیٹا کو گراف پر نکات لگا کر اور انہیں سیدھی لائنوں سے جوڑ کر دکھایا جاتا ہے۔ اسے ترسیم بھی کہا جاتا ہے۔ اسے (کمی کا طریقہ) اور (زیادہ کا طریقہ) کی شکل میں بنا سکتے ہیں۔

◆ **وسطانیہ**: ترتیب شدہ ڈیٹا کی بالکل درمیانی قیمت کو وسطانیہ کہتے ہیں۔

◆ **چہارمی حصہ**: ڈیٹا کو چار برابر حصوں میں تقسیم کرنے والی قیمتیں کو چہارمی حصہ کہتے ہیں۔ ہر چہارمی حصہ میں (25%) ڈیٹا آتا ہے۔ (Q_1) سے (Q_3) تک کل تین عدد، چہارمی حصے ہیں۔

◆ **پہلا چہارمی حصہ**: سب سے نیچے والا چہارمی حصہ جس میں پہلا (25%) ڈیٹا آتا ہے۔ اسے (Q_1) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

◆ **دوسرا چہارمی حصہ**: اس میں پہلا (50%) ڈیٹا آتا ہے۔ اسے وسطانیہ بھی کہتے ہیں۔ اسے (Q_2) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

◆ **تیسرا چہارمی حصہ**: اوپر والا چہارمی حصہ جس میں (75%) تک ڈیٹا آتا ہے۔ اسے (Q_3) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

◆ **دسواں حصہ**: ڈیٹا کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرنے والی قیمتیں کو دسواں حصہ کہتے ہیں۔ ہر دسویں حصہ میں (10%) ڈیٹا آتا ہے۔ (D_1) سے (D_9) تک کل نو عدد، دسواں حصے ہیں۔

◆ **سوواں حصہ**: ڈیٹا کو سو برابر حصوں میں تقسیم کرنے والی قیمتیں کو سوواں حصہ کہتے ہیں۔ ہر سویں حصہ میں (1%) ڈیٹا آتا ہے۔ (P_1) سے (P_{99}) تک کل ننانوے عدد، سویں حصے ہیں۔

◆ **اندرونی چہارمی حصہ کی سعت**: تیسرے چہارمی حصے اور پہلے چہارمی حصے کے فرق کو اندرونی چہارمی حصہ کی سعت کہتے ہیں۔ یہ دونوں چہارمی حصوں کے درمیان پھیلاؤ کی پیمائش ہے۔

$$Q = Q_3 - Q_1$$

◆ **باکس اور وسکر پلاٹ**: یہ ڈیٹا کے پھیلاؤ، وسطانیہ اور چہارمی حصوں کو ایک ڈبے اور لکیروں کے ذریعے تصویری شکل میں دکھانے کا ایک طریقہ ہے۔ اس میں باکس درمیان کے (50%) ڈیٹا کو ظاہر کرتا ہے۔ باکس کے اندر میڈین لائن (Q_2) ڈیٹا کے بالکل وسط کو ظاہر کرتی ہے۔ باکس سے باہر نکلنے والی وسکر لکیریں جو کم ترین اور زیادہ سے زیادہ قیمتوں تک جاتی ہیں، یہ پورے ڈیٹا کے پھیلاؤ کو دکھاتی ہیں۔ یہ پلاٹ ڈیٹا کے پانچ اہم اعداد پر مشتمل ہوتا ہے۔

mini ⟵ | Q_1 Q_2 Q_3 | ⟶ max

◆ **انتشاری خاکہ**: دو متغیرات کے درمیان تعلق کو نکات کے ذریعے دکھانے والا گراف کو انتشاری خاکہ کہتے ہیں۔ اس میں ایک متغیر (x) ایکسز پر اور دوسرا متغیر (y) ایکسز پر پلاٹ کیا جاتا ہے۔ گراف پر ہر نقطہ آرڈرڈ پیئر کو ظاہر کرتا ہے۔

◆ **موزوں ترین لائن**: انتشاری خاکے کے درمیان سے گزرنے والی لائن جو ڈیٹا کے جنرل رجحان کو ظاہر کرتی ہے۔

◆ **ارتباط**: انتشاری خاکے میں دو متغیرات کے درمیان باہمی تعلق کو ارتباط کہتے ہیں۔ ایک متغیر میں تبدیلی سے دوسرا متغیر بھی تبدیل ہوتا ہے۔

◆ **مثبت ارتباط**: دو متغیرات کے درمیان اس طرح کا تعلق کہ جب ایک متغیر

بڑھے تو دوسرا متغیر بھی بڑھ جائے، مثبت ارتباط کہلاتا ہے۔ انتشاری خاکے میں اس ارتباط کی موزوں ترین لائن کا گراف اوپر جاتا ہے۔ بلندی اور وزن۔

◆ **منفی ارتباط:** دو متغیرات کے درمیان اس طرح کا تعلق کہ جب ایک متغیر بڑھے تو دوسرا متغیر کم ہو جائے، منفی ارتباط کہلاتا ہے۔ انتشاری خاکے میں اس ارتباط کی موزوں ترین لائن کا گراف نیچے آتا ہے۔ رفتار اور سفر کا ٹائم۔

◆ **صفر ارتباط:** اگر دو متغیرات کے درمیان کوئی مستقل تعلق نہ پایا جائے تو اسے صفر تلازم کہتے ہیں۔ جوتے کا سائز اور چیکنگ۔

● (D_3) تک کتنا ڈیٹا پایا جاتا ہے: (30%)

● (P_{90}) تک کتنا ڈیٹا پایا جاتا ہے: (90%)

● (P_{25}) کس سے ملتا جلتا ہے: (Q_1)

● (P_{50}) کس سے ملتا جلتا ہے: (Q_2)

● (P_{75}) کس سے ملتا جلتا ہے: (Q_3)

◆ مجموعی تعدد حاصل کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے: (جمع)

◆ دوسرا چہارمی حصہ کس کو ظاہر کرتی ہے: (وسطانیہ)

◆ پہلا چہارمی حصہ ڈیٹا کو کتنے برابر حصوں میں تقسیم کرتی ہے: (چار)

◆ سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمت کے فرق کو کہتے ہیں: (سعت)

◆ انتشاری خاکہ کتنے متغیرات کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتا ہے: (دو)

◆ **انتشار:** یہ پیائش کہ ڈیٹا اپنی اوسط قیمت سے کتنا دور پھیلا ہوا ہے۔

◆ **انتشار کے پیمانے:** یہ وہ شماریاتی طریقے ہیں جو یہ بتاتے ہیں کہ ڈیٹا میں موجود قیمتیں اپنی مرکزی قیمت سے کتنی پھیلی ہوئی یا بکھری ہوئی ہیں۔

◆ **سعت:** ڈیٹا کی سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمت کے فرق کو سعت کہتے ہیں۔ اسے رینج بھی کہتے ہیں۔

$$R = H - L$$

◆ **تغیریت:** تغیریت معلوم کرنے کے لیے ڈیٹا کی اوسط لی جاتی ہے۔ پھر اوسط سے ڈیٹا کی ہر رقم کو نفی کر کے انحراف نکالا جاتا ہے۔ تمام انحراف کی رقوم کی اوسط کو تغیریت کہتے ہیں۔

غیر گروپ ڈیٹا

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}\right)^2$$

گروپ ڈیٹا

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}f_ix_i^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}f_ix_i}{\sum_{i=1}^{n}f_i}\right)^2$$

◆ **معیاری انحراف:** تغیریت کا جذرالمربع، جو پھیلاؤ کی سب سے عام پیائش ہے۔

غیر گروپ ڈیٹا

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}\right)^2}$$

گروپ ڈیٹا

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}f_ix_i^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}f_ix_i}{\sum_{i=1}^{n}f_i}\right)^2}$$

● پہلے بیس مفرد اعداد کی سعت ہے: (69)

● سب سے پہلے معیاری انحراف استعمال کی تھی: (کرل پیئرسن)

● کیا تغیر منفی ہو سکتی ہے: (نہیں)

● کیا معیاری انحراف، تغیر سے زیادہ ہو سکتی ہے: (ہاں)

● اوسط کارکردگی کا کس سے پتہ چلتا ہے: (مین)

● استحکام کا پتہ کس سے چلتا ہے: (معیاری انحراف)

◆ انتشار کا پیمانہ ہے: (تغیرات)

◆ تغیرات کا مثبت جذرالمربع کہلاتا ہے: (معیاری انحراف)

◆ انتشار کا پیمانہ نہیں ہے: (حسابی اوسط)

◆ ڈیٹا (8, 8, 8, 8, 8, 8) کا تغیرات ہے: (0)

◆ پہلے بیس قدرتی اعداد کی سعت ہے: (19)

---

⑫ احتمال

◆ **احتمال:** کسی واقعے کے ہونے کے چانسز کی عددی پیائش کو احتمال کہتے ہیں۔

◆ **بلاترتیب تجربہ:** ایسا عمل جس کے ممکنہ نتائج پہلے سے معلوم ہوں۔ لیکن واقع ہونے والے نتیجے کا پتہ نہ ہو، بلاترتیب تجربہ کہلاتا ہے۔ جیسے سکہ اچھالنا۔

◆ **شماریاتی تجربہ:** ایسا بلاترتیب تجربہ جس کے نتائج کو نمبروں میں لیا جائے۔

◆ **آزمائش:** بلاترتیب تجربے کو ایک باری کرنا، آزمائش کہلاتا ہے۔

◆ **نتائج:** بلاترتیب تجربے سے حاصل ہونے والا کوئی بھی ایک نتیجہ۔

◆ **سیمپل سپیس:** تمام ممکنہ نتائج کے سیٹ کو سیمپل سپیس کہتے ہیں۔

$$S = \{head, tail\}$$

◆ **سیمپل پوائنٹ:** سیمپل سپیس کا ہر رکن ایک سیمپل پوائنٹ کہلاتا ہے۔

◆ **واقعہ:** سیمپل سپیس کا کوئی بھی چھوٹا حصہ، واقعہ کہلاتا ہے۔

◆ **مساوی امکانی واقعات:** وہ واقعات جن کے ہونے کے چانسز برابر ہوں۔ جیسے ایک سکہ اچھالنے پر ہیڈ یا ٹیل آئے گا۔

◆ **یقینی واقعات:** وہ واقعہ جو لازمی پیش آئے۔ سکہ اچھالنے پر ہیڈ یا ٹیل آئے گا۔

◆ **ناممکن واقعات:** وہ واقعہ جو کبھی پیش نہ آسکے۔ سکہ کا کھڑا ہو جانا۔

◆ **باہمی متنافی واقعات**: وہ واقعات جو ایک ہی وقت میں اکٹھے پیش نہ آسکیں۔ صرف ہیڈ آنا، صرف ٹیل آنا۔ان کا تقاطع خالی سیٹ ہوتا ہے۔

$$H \cap T = \phi$$

◆ **جامع واقعات**: وہ واقعات جو ایک ہی وقت میں اکٹھے پیش آسکتے ہوں۔ہیڈ اور ٹیل کا آنا۔ان کا یونین پوری سیمپل سپیس ہوتی ہے۔

$$H \cup T = S$$

◆ **تکمیلی واقعات**: اگر ایک واقعہ (A) ہو تو اس کے نہ ہونے کا واقعہ (A-not) کہلاتا ہے۔یہ دونوں (A) اور (A-not) ایک دوسرے کے کمپلیمنٹ ہیں۔ اسے ایسے $(A', A^c, \bar{A})$ ظاہر کیا جاتا ہے۔ہیڈ اور ٹیل کمپلیمنٹ ہیں۔

◆ **ابتدائی واقعہ**: ایسا واقعہ جس کا صرف ایک نتیجہ ہو۔بال کا اچھالنا۔

◆ **واحد واقعہ**: ایسا واقعہ جس کا صرف ایک سپیس پوائنٹ ہو۔سکہ کا ہیڈ آنا۔

◆ **مرکب واقعات**: ایک ایسا واقعہ ہے جو دو یا دو سے زیادہ سادہ واحد واقعات کے ایک ساتھ ہونے پر مشتمل ہو۔

◆ **آزاد واقعات**: دو یا دو سے زیادہ واقعات اس وقت آزاد واقعات کہلاتے ہیں جب ایک واقعے کا نتیجہ دوسرے کے نتیجے پر کوئی اثر نہ ڈالے۔

◆ **منحصر واقعات**: دو یا دو سے زیادہ واقعات کو منحصر واقعات کہا جاتا ہے اگر ایک واقعے کا نتیجہ دوسرے واقعے کے نتیجے پر اثر انداز ہوتا ہو۔

◆ **باہمی متنافی واقعات**: دو یا دو سے زیادہ واقعات باہمی متنافی واقعات کہلاتے ہیں اگر وہ ایک ہی وقت میں وقوع پذیر نہ ہو سکیں۔

◆ **غیر باہمی متنافی واقعات**: دو یا دو سے زیادہ واقعات غیر باہمی متنافی واقعات کہلاتے ہیں اگر وہ ایک ہی وقت میں وقوع پذیر ہو سکیں۔

◆ **شجری خاکہ**: شجری خاکہ احتمال میں استعمال ہونے والی ایک بصری پیشکش ہے جو ایک یا ایک سے زیادہ واقعات کے تمام ممکنہ نتائج کو ظاہر کرتی ہے۔یہ شاخوں کی صورت میں تمام ممکنہ نتائج اور ان کے امکانات کو ظاہر کرنے والا ایک نقشہ ہے۔

◆ **سیمپل سپیس خاکہ**: کسی تجربے کے تمام ممکنہ جوڑوں یا نتائج کو لسٹ کی صورت میں دکھانے کے طریقے کو سیمپل سپیس خاکہ کہتے ہیں۔

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

◆ **امکانی خاکہ**: کسی تجربے کے تمام ممکنہ جوڑوں یا نتائج کو ٹیبل کی صورت میں دکھانے کے طریقے کو امکانی خاکہ کہتے ہیں۔

coin (1)

coin (2)	H	T
H	HH	HT
T	TH	TT

◆ **واقعہ کا احتمال**: کسی بے ترتیب تجربے میں واقع ہونے والے واقعات کی تعداد اور سیمپل سپیس میں تمام ممکنہ نتائج کی نسبت کو واقعہ کا احتمال کہتے ہیں۔

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1 \qquad 0 \le P(E) \le 1$$

• شروع میں احتمال پر کام کیا تھا: (گیرولامو کارڈانو)

• احتمال کی قیمت ہمیشہ صفر سے کہاں تک ہوتی ہے: (1)

• واقعہ (E) کا کمپلیمنٹ ہے: $(\bar{E})$

• ناممکن واقعہ $(\bar{E})$ کا کمپلیمنٹ واقعہ کیا ہوگا: (E)

◆ ناممکن واقعے (جو پیش نہ آئے) کا احتمال کتنا ہوتا ہے: (0)

◆ یقینی واقعے (جو پیش آئے) کا احتمال کتنا ہوتا ہے: (1)

◆ ایک غیر جانبدار سکے کو ایک بار اچھالنے پر ہیڈ آنے کا احتمال کیا ہے: (0.5)

◆ اگر $P(A)=0.6$ ہو تو پھر (A-not) کا احتمال کیا ہوگی: (0.4)

◆ دو واقعات باہمی متنافی ہوتے ہیں اگر: (وہ ایک ساتھ وقوع پذیر نہ ہو سکیں)

◆ ایک سکہ اور ڈائس پھینکا جائے تو سیمپل پوائنٹس کی تعداد ہوگی: (12)

◆ لڈو کے دانے پر (6) سے بڑا نمبر آنے کا احتمال ہے: (0)

◆ تاش کی گڈی سے پتہ نکالنے کا ممکنہ نتیجہ ہو سکتا ہے: (52)

◆ **احتمال کی جمع**: اگر (A) اور (B) دو غیر باہمی متنافی واقعات ہوں۔

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

اگر (A) اور (B) دو غیر باہمی متصادم واقعات ہوں۔

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

◆ **وین خاکہ**: حلقوں کی مدد سے واقعات اور ان کے تعلقات کو ظاہر کرنے والی تصویری اظہار کو وین خاکہ کہتے ہیں۔

* اگر (A) اور (B) دونوں واقعات ہوں تو تب $(A \cap B)$ واقعہ ہوگا۔

* اگر (A) اور (B) میں سے کوئی ایک واقعہ ہو تو تب $(A \cup B)$ واقعہ ہوگا۔

* $(\bar{A})$ ایسا واقعہ ہے جو اسی وقت ہوگا جب (A) واقعہ نہ ہو۔

◆ **امکان کی ضرب**: اگر (A) اور (B) دو آزاد واقعات ہوں۔

$$P(A \text{ and } B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

اگر (A) اور (B) دو منحصر واقعات ہوں۔

$$P(A \text{ and } B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B \mid A)$$

• واقعہ (A) ہونے کے بعد واقعہ (B) پیش آئے تو لکھا جاتا ہے: $(B \mid A)$

• $P(A \cup B)$ اور $P(A \cap B)$ کی جمع کیا ہے: $P(A)+P(B)$

◆ کسی تجربے کے تمام ممکنہ نتائج کے احتمالات کا مجموعہ کتنا ہوتا ہے: (1)

◆ اگر $P(E)=0.07$ ہو تو (E-not) کا احتمال کیا ہوگا: (0.93)